

代號：70860
70960
頁次：4-1

105年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員 考試及105年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

考試別：鐵路人員考試
等 別：高員三級考試
類 科 別：電力工程、電子工程
科 目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，計算 $\sin \mathbf{A} = ?$ (10分)

二、函數 $\phi(x, y, z) = 18xyz + e^x$ 的梯度 (gradient) 向量為何？此梯度向量的旋度 (curl) 為何？(10分)

三、求解 $3y^4 - 1 + 12xy^3 y' = 0$ ； $y(1) = 2$ ，其中 $y' \equiv \frac{dy}{dx}$ 。(15分)

四、假設兩個隨機變數 X 和 Y 的聯合密度函數 (joint density function) 為 $f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，請問：

(一) X 和 Y 是否為獨立的隨機變數？(請說明理由) (5分)

(二) $P(0.25 < X < 0.5 | Y = 0.75) = ?$ (10分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：6708

- (一)本試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 求出路徑 C 之單位切線向量 (unit tangent vector)，其中 $C: x = \cos(t) + t \sin(t)$ ， $y = \sin(t) - t \cos(t)$ 及 $z = t^2$ ：

(A) $(1/\sqrt{5})[\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + 2\mathbf{k}]$

(B) $(1/\sqrt{5})[\sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j} + 2t\mathbf{k}]$

(C) $(1/\sqrt{5})[\sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j} + 2\mathbf{k}]$

(D) $(1/\sqrt{1+4t^2})[\sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j} + 2t\mathbf{k}]$

2 求力向量 $\mathbf{F} = \mathbf{i} - (y)\mathbf{j} + (xyz)\mathbf{k}$ ，使一質點沿曲線 $x = t, y = -t^2, z = t$ 由 $(0,0,0)$ 移至 $(1,-1,1)$ 所做之功：

- (A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4

3 設 $\mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t), \mathbf{w}(t)$ 為三向量函數，則下列何者錯誤？

- (A) $(c\mathbf{v}(t))' = c\mathbf{v}'(t)$ (c 為一常數) (B) $(\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t))' = \mathbf{u}'(t) + \mathbf{v}'(t)$
(C) $(\mathbf{u}(t) \bullet \mathbf{v}(t))' = \mathbf{u}'(t) \bullet \mathbf{v}(t) + \mathbf{v}'(t) \bullet \mathbf{u}(t)$ (D) $(\mathbf{u}(t) \times \mathbf{v}(t))' = \mathbf{u}'(t) \times \mathbf{v}(t) + \mathbf{v}'(t) \times \mathbf{u}(t)$

4 $\mathbf{F} = (2xy)\mathbf{i} + (xyz^2 - \sin(yz))\mathbf{j} + (ze^{x+y})\mathbf{k}$ 之散度 (divergence) $\text{div } \mathbf{F}$ 為何？

- (A) $(2y)\mathbf{i} + (xz^2 - z \cos(yz))\mathbf{j} + (e^{x+y})\mathbf{k}$ (B) $(2y) + (xz^2 - z \cos(yz)) + (e^{x+y})$
(C) $(-2x)\mathbf{i} - (ze^x)\mathbf{j} + (2z - 1)\mathbf{k}$ (D) $(-2x) - (ze^x) + (2z - 1)$

5 已知 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，且 $\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{D}$ ，其中 \mathbf{D} 為對角矩陣，求 $\det(\mathbf{A}^{100})$ ：

- (A) 5^{100} (B) 5^{101} (C) $5^{100} + 4^{100}$ (D) 0

6 下列那一矩陣滿足 $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{A}^k = \mathbf{O}$ ？

- (A) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$ (B) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.5 \\ 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}$ (C) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$ (D) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$

7 令 \mathbf{S} 為 $(1, 0, i)$ 與 $(1, 2, 1)$ 在三維複數空間所生成之子空間，則下列何者在 \mathbf{S} 之正交補集 (orthogonal complement) \mathbf{S}^\perp 中？

- (A) $(1, 0, -i)$ (B) $(2, 1+i, -2i)$ (C) $(1+i, 1-i, 3)$ (D) $(2, -1+i, -2i)$

8 一個矩陣 $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ ，下列何者輔因子 (cofactor) 錯誤？

- (A) $C_{11} = 0$ (B) $C_{21} = -48$ (C) $C_{31} = 30$ (D) $C_{41} = 3$

9 令複數 $z = 1 + i$ ，則 z 亦可改寫為何？

(A) $\sqrt{2}e^{i(0.25\pi+2n\pi)}$ ， n 為整數

(B) $-\sqrt{2}e^{i(0.25\pi+2n\pi)}$ ， n 為整數

(C) $-e^{i(0.25\pi+2n\pi)}$ ， n 為整數

(D) $e^{i(0.25\pi+2n\pi)}$ ， n 為整數

10 已知複變數函數 $f(z) = \frac{1 - \cosh z}{z^3}$ 的奇異點 (singular point) 是為一個極點 (pole)，試決定此極點的階數 (order) M 及對應的留數 (residue) B 分別為何？

(A) $M = 3, B = \frac{-1}{2}$

(B) $M = 1, B = \frac{-1}{2}$

(C) $M = 3, B = \frac{1}{2}$

(D) $M = 1, B = \frac{1}{2}$

11 微分方程式 $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 11x \frac{dy}{dx} + 50y = 0$ 之通解為 $y = x^\alpha [c_1 \cos(\beta \ln |x|) + c_2 \sin(\beta \ln |x|)]$ ，其中 c_1, c_2 為任意常數，求 $\alpha + \beta$ ：

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) 2

12 採用級數解法來求微分方程式 $(1+x)y' = 2y$ 的解可得下列的表示式 $y(x) = A(a+bx+cx^2+\dots)$ ，試求 a, b, c 值：

(A) $a = 2, b = 2, c = 1$

(B) $a = 2, b = 1, c = 2$

(C) $a = 1, b = 1, c = 2$

(D) $a = 1, b = 2, c = 1$

13 已知微分方程式 $x^2 y'' + axy' + by = 0$ 的通解為 $y(x) = c_1 \frac{1}{\sqrt{x}} + c_2 x^2$ ，試求 a, b 之值，並判定下列何者正確？
(題中 a, b, c_1 及 c_2 為常數)

(A) $a + b = -1.5$

(B) $a + b = 1.5$

(C) $a + b = -2.5$

(D) $a + b = 2.5$

14 求 $u(t)$ 和 $2u(t)$ 的迴旋 (convolution)，其中 $u(t)$ 為單位步階函數：

(A) 0

(B) $2u(t)$

(C) $2tu(t)$

(D) $(2t - t^2)u(t)$

15 定義函數 $f(t)$ 之拉氏轉換 (Laplace transform) $L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ ，令 $L\{f(t)\} = \frac{9e^{-2s}}{s^2 + 4s + 13}$ ，則 $f(t)$

為何？下列選項中的 $u(t)$ 為單位步階函數。

(A) $[3e^{-2t} \sin 3t]u(t-2)$

(B) $[9e^{-2t} \cos 3t]u(t-2)$

(C) $[3e^{-2(t-2)} \sin 3(t-2)]u(t-2)$

(D) $[9e^{-2(t-2)} \cos 3(t-2)]u(t-2)$

16 下列選項何者為 $f(z) = \frac{1}{(1-z)^3}$ 於 $z=0$ 之泰勒展開式？

(A) $\sum_{n=0}^{\infty} n(n+1)z^n, |z| < 1$

(B) $\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} n(n+1)z^n, |z| < 1$

(C) $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2)z^n, |z| < 1$

(D) $\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2)z^n, |z| < 1$

17 已知一部汽車引擎之生命遵循平均值為 10 年之指數分佈 (exponential distribution)，求一部用了 10 年之汽車引擎可以再用 5 年之機率為何？

(A) $e^{-1/4}$

(B) $e^{-1/2}$

(C) e^{-2}

(D) e^{-4}

18 離散隨機變數 X 與 Y 之結合機率質量函數 (joint probability mass function) 為

$$P_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{cx}{y}, & \text{if } x=1, 2, 3, y=1, 2, 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \text{ 試求條件機率 } P(X=1|Y \leq 2) :$$

(A) 1/6

(B) 1/4

(C) 1/3

(D) 1/2

19 從 1 到 1000 的整數中隨意任選一個數字，則這個數字可以被 3 或是 5 整除的機率為何？

(A) 0.333

(B) 0.467

(C) 0.533

(D) 0.599

20 給定一個連續隨機變數 X ，其累積分佈函數 (cumulative distribution function) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-8x}, & x \geq 0 \end{cases}$ ，則

機率 $P(X=1)$ 之值為何？

(A) $1 - e^{-8}$

(B) 0

(C) 1

(D) $8e^{-8}$

測驗式試題標準答案

考試名稱：105年公務人員特種考試警察人員考試、105年公務人員特種考試一般警察人員考試及
105年特種考試交通事業鐵路人員考試

類科名稱：電子工程、電力工程

科目名稱：工程數學（試題代號：6708）

單選題數：20題 單選每題配分：2.50分

複選題數： 複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	C	D	B	D	D	D	D	A	B

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	B	D	A	C	C	D	B	A	B	B

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：